УДК 37.001.5

С. Н. Дорофеев, Е. А. Емелина

ИНТЕГРАТИВНЫЕ ПРИЕМЫ В ОБУЧЕНИИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ МАТЕМАТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Аннотация. В статье представлена система задач реального содержания, обусловливающая как повышение качества математических знаний старшеклассников, так и способствующая повышению уровня сформированности умения применять эти знания в решении прикладных задач. Разработанная система задач служит эффективным средством интеграции математического образования.

Ключевые слова: математическое образование, интеграция образования, прикладные задачи, векторный метод.

Abstract. In this article represented system of real tasks, which allows improving quality of mathematic knowledge of students, also it help's to increase a level of ability to use this knowledge in solving real problems. Developed system of tasks is an effective method of integration mathematician education.

Keywords: mathematic education, integration of education, real tasks, vector method.

В современном мире в связи с быстро меняющимися техническими средствами его преобразования каждому индивиду необходимо овладение математическими методами. Поэтому разработка научных основ обучения математике является одной из актуальных задач методики преподавания естественных наук, в частности математики и физики [1]. На первый план выдвигается задача поиска оптимальных форм, методов и средств обучения школьников построению математических моделей, наиболее точно описывающих реальные процессы.

В школьном курсе геометрии в рамках углубленного изучения предмета учащиеся знакомятся с понятием вектора, с длиной вектора, его направлением и основными операциями над векторами, такими как сложение векторов, умножение вектора на число, скалярное и векторное произведения [2]. Для учащихся эти понятия являются новыми, и для их усвоения требуется значительное количество времени, отводимого на формирование у них умения применять понятия векторной алгебры к решению задач, связанных с описанием реальных процессов [3]. На их примерах у учащихся формируются элементарные представления о тернарных отношениях, определенных на множествах, состоящих из разных объектов. Построение школьных курсов математики и физики обладает достаточно высоким потенциалом, способствующим формированию у учащихся простейших представлений и о тетрарных отношениях, определенных на множествах, состоящих из элементов произвольной природы. Одним из важных примеров тетрарного отношения, определенного на множествах произвольной природы, служит смешанное произведение векторов. Однако смешанному произведению векторов в программе школьного курса геометрии внимание не уделяется. В то же время в процессе изучения физики в разделе «Электродинамика» это понятие используется при выведении формул для вычисления электродвижущей силы и магнитного потока для специального вида поверхностей.

В нашей работе мы предлагаем методику изучения смешанного произведения на факультативном курсе и систему прикладных задач, иллюстрирующих физический смысл смешанного произведения и его свойств. С этой целью мы знакомим учащихся с понятием смешанного произведения и его свойствами. С целью более глубокого и осознанного усвоения этого понятия мы предлагаем учащимся задачи векторного характера на закрепление знания его существенных признаков и свойств.

В качестве примера, иллюстрирующего применение смешанного произведения векторов, исследуем понятие магнитного потока. Как известно, магнитным потоком Φ через некоторую поверхность S называется скалярная величина, численно равная произведению модуля вектора магнитной индукции $\left|\vec{B}\right|$ на площадь этой поверхности и косинус угла α между нормалью $\vec{n}$ к ней и направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$: $\Phi = \left|\vec{B}\right| \cdot S \cdot \cos\alpha$.

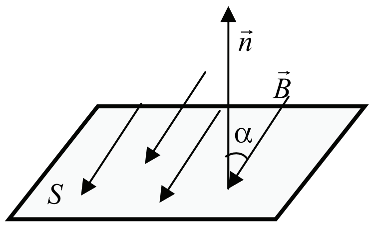


Рис. 1 Элементарная площадка

В общем случае, если поле не однородно, площадь поверхности делят на элементарные площадки (как правило, эти площадки представляют собой прямоугольники или параллелограммы) и вычисляют магнитные потоки как сумму полученных элементарных магнитных потоков (рис. 1).

Рассмотрим магнитную рамку, изготовленную в форме параллелограмма, со сторонами, определяемыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, образующими угол γ (рис. 2). Тогда площадь рамки можно найти по формуле $S = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\gamma$.

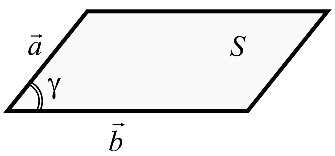


Рис. 2 Магнитная рамка в форме параллелограмма

Важно обратить внимание обучаемых на тот факт, что эта хорошо известная им формула для вычисления площади параллелограмма определяет модуль векторного произведения двух неколлинеарных векторов. Таким образом, для площади параллелограмма имеем $S = \left|\vec{a} \times \vec{b}\right|$. С другой стороны, магнитный поток, проходящий через рамку площади *S*, равен $\Phi = \left|\vec{B}\right| \cdot S \cdot \cos\alpha$. Так как $S = \left|\vec{a} \times \vec{b}\right|$, то получаем, что $\Phi = \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{a} \times \vec{b}\right| \cdot \cos\alpha$, где α – угол между векторным произведением $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$ и направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$. С целью обучения старшеклассников умению анализировать конкретную ситуацию в данном случае важно заострить их внимание на правой части формулы $\Phi = \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{a} \times \vec{b}\right| \cdot \cos\alpha$. В этой части находится скалярное произведение вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и векторного произведения $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$, т.е. $\Phi = \vec{B} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{b}\right)$. Как показывает наш опыт, учащиеся обычно самостоятельно или с незначительной помощью учителя делают вывод о том, что смешанное произведение трех некомпланарных векторов имеет важный физический смысл: величина, численно равная значению смешанного произведения трех некомпланарных векторов $\vec{B}, \vec{a}, \vec{b}$, определяет магнитный поток *Φ,* протекающий через рамку, имеющую форму параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}$.

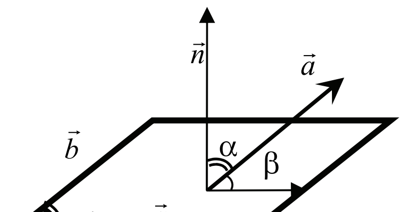
Изложенная нами концепция изучения смешанного произведения способствует не только углублению математических знаний учащихся, но и формирует в их сознании устойчивую мотивацию к изучению предметов физико-математического цикла. С целью усиления процесса формирования мотивационного и содержательного компонентов обучения мы предлагаем использовать следующую систему задач.

Задача 1. Проволочная рамка, имеющая форму параллелограмма со сторонами 30 и 20 см и углом между ними 30°, помещена в магнитное поле. Плоскость рамки составляет с направлением магнитного поля угол 30°. Магнитный поток, пронизывающий поверхность, ограниченную рамкой, равен 0,02 Вб. Найти индукцию магнитного поля. Поле считать однородным.

Дано:	*СИ*:
a = 30 см	0,3 м
b = 20 см	0,2 м
γ = 30°	
β = 30°	
Φ = 0,02 Вб	
Найти:	
B – ?	

Решение. Чтобы найти индукцию магнитного поля $\vec{B}$, воспользуемся его определением магнитного потока *Φ*, пронизывающего данную проволочную рамку. Как отмечено выше, магнитный поток *Φ* можно найти из смешанного произведения векторов $\vec{B}, \vec{a}, \vec{b}$, т.е. $\Phi = \vec{B} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{b}\right)$. Выразим модуль магнитной индукции $\vec{B}$ из определения магнитного потока. Получим $\left|\vec{B}\right| = \Phi / \left(\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\gamma \cdot \cos\alpha\right)$. По условию задачи нам не известен угол α между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$.

Строим чертеж и указываем на нем известные величины: стороны параллелограмма *a* и *b*, вектора нормали $\vec{n}$ и индукции $\vec{B}$ и углы β и γ.



По чертежу находим угол α между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$. Очевидно, что $\alpha = 90° - \beta$. Тогда получаем $\left|\vec{B}\right| = \Phi / \left(\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\gamma \cdot \cos\left(90° - \beta\right)\right)$.

Проверяем: $B = \left[\text{Вб}/\left(\text{м}\times\text{м}\right) = \left(\text{Тл}\times\text{м}^2\right)/\left(\text{м}\times\text{м}\right) = \text{Тл}\right]$.

$$B = \frac{0,02}{0,3\cdot 0,2\cdot \sin 30°\cdot \cos(90° - 30°)} = \frac{0,02}{0,06\cdot 0,5\cdot 0,5} = \frac{0,02}{0,015} \approx 1,3\text{Тл}.$$

Ответ: $B \approx 1,3$ Тл.

В процессе решения данной задачи учащиеся овладевают не только приемами вычисления величины магнитного потока, но и осваивают приемы применения формулы для вычисления площади параллелограмма, заданного двумя сторонами и углом между ними в новых условиях.

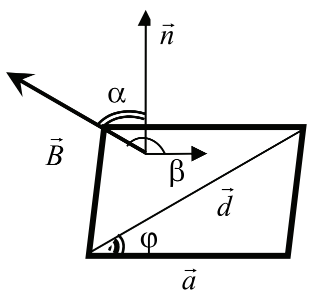
Задача 2. Магнитный поток внутри контура, имеющего форму параллелограмма со стороной, определяемой вектором $\vec{a}$ и большей диагональю, определяемой вектором $\vec{d}$, направлен под углом 150° к плоскости контура и равен 0,04 Вб. Найти индукцию магнитного поля, пронизывающего контур, если $\left|\vec{a}\right| = 6$ см и $\left|\vec{d}\right| = 10$ см и угол между ними равен 30°.

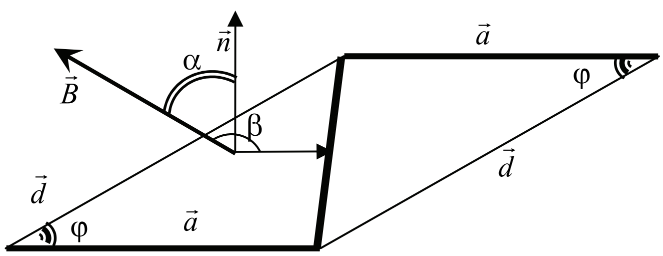
Вначале кратко записываем условия задачи. Обозначим угол между стороной, определяемой вектором $\vec{a}$ и большей диагональю $\vec{d}$, через φ.

Дано:	*СИ*:
$a = 6$ см	0,06 м
$d = 10$ см	0,1 м
$\varphi = 30°$	
$\beta = 150°$	
$\Phi = 0,04$ Вб	
Найти: B – ?	

Решение. Чтобы найти индукцию магнитного поля $\vec{B}$, воспользуемся определением магнитного потока $\Phi = \left|\vec{B}\right| \cdot S \cdot \cos\alpha$. Напоминаем, что контур изготовлен в форме параллелограмма со стороной, определяемой вектором $\vec{a}$ и большей диагональю $\vec{d}$, образующими угол φ. Для наглядности строим чертеж и указываем на нем известные величины.

С целью поиска оптимального решения данной задачи сделаем вспомогательный чертеж, на котором имеющийся параллелограмм перестроим так, чтобы в нем диагональ $\vec{d}$ стала стороной.





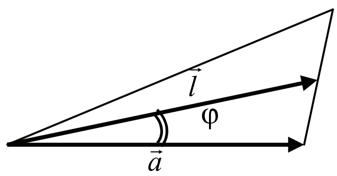
Важно напомнить школьникам тот факт, что площадь параллелограмма S равна модулю векторного произведения неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{d}$. Таким образом, для площади данного параллелограмма имеем $S = \left|\vec{a}\times\vec{d}\right|$. Тогда площадь поверхности, ограниченной заданным контуром, можно найти по формуле $S = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{d}\right| \cdot \sin\varphi$.

С другой стороны, магнитный поток, проходящий через рамку площади *S*, равен $\Phi = \left|\vec{B}\right| \cdot S \cdot \cos\alpha$. В этой части находится скалярное произведение вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и векторного произведения $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{d}$, т.е. $\Phi = \vec{B} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{d}\right)$. Находим угол α между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$. Получаем $\alpha = 150° - 90° = 60°$. Следовательно, $B = \dfrac{\Phi}{\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{d}\right| \cdot \sin\varphi \cdot \cos\alpha} = \dfrac{\Phi}{\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{d}\right| \cdot \sin\varphi \cdot \cos 60°}$. $B = \left[\dfrac{\text{Вб}}{\text{м} \times \text{м}} = \dfrac{\text{Тл} \times \text{м}^2}{\text{м} \times \text{м}} = \text{Тл}\right]$.

Вычисляем: $B = \dfrac{0,04}{0,06 \cdot 0,1 \cdot \sin 30° \cdot \cos 60°} = \dfrac{0,04}{0,006 \cdot 0,5 \cdot 0,5} \approx 26,7$ Тл.

Ответ: $B \approx 26,7$ Тл.

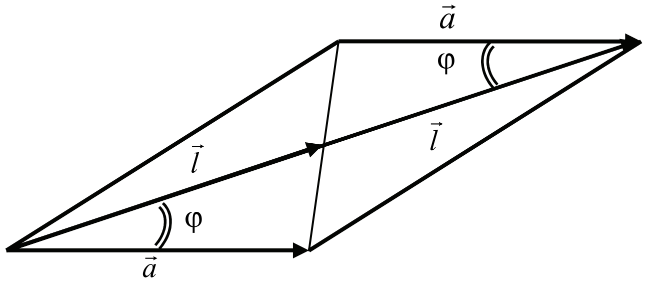
Задача 3. Контур, имеющий форму треугольника со стороной и медианой, определяемыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{l}$, угол между которыми равен 30°, помещен в магнитное поле под углом 30°. Магнитный поток внутри контура равен 2,5 мВб. Найти индукцию магнитного поля, пронизывающего контур, если $\left|\vec{a}\right| = 4$ см и $\left|\vec{l}\right| = 5$ см. Поле считать однородным.



Дано:	*СИ*:
$\left\|\vec{a}\right\| = 4$ см	0,04 м
$\varphi = 30°$	
$\left\|\vec{l}\right\| = 5$ см	0,05 м
$\beta = 30°$	
$\Phi = 2,5$ мВб	$2,5 \cdot 10^{-3}$ Вб
Найти:	
B – ?	

Решение. Магнитный поток, проходящий через рамку, равен смешанному произведению векторов $\Phi = \vec{B} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{b}\right)$, а следовательно, $\Phi = \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{a} \times \vec{b}\right| \cdot \cos\alpha$.

Строим дополнительный чертеж. В целях упрощения решения математической части задачи дополним треугольник до параллелограмма (площадь полученной фигуры в два раза больше площади данного треугольника). По чертежу видно, что площадь треугольника равна 1/2 площади параллелограмма.



Для случая, если рамка имеет форму параллелограмма, мы можем записать: $S = \left|\vec{a} \times 2\vec{l}\right|$. По свойству векторного произведения для любых двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и любого числа α имеет место равенство $(\alpha\vec{a}) \times \vec{b} = \alpha\vec{a} \times \vec{b}$; $\vec{a} \times (\alpha\vec{b}) = \alpha\vec{a} \times \vec{b}$, т.е. $S = 2\left|\vec{a} \times \vec{l}\right|$. Напоминаем, что площадь данного по условию треугольника в 2 раза меньше площади параллелограмма. Тогда получаем, что: $S_{\text{треуг}} = \dfrac{1}{2}\left|\vec{a} \times 2\vec{l}\right| = \left|\vec{a} \times \vec{l}\right|$.

Как сказано ранее, магнитный поток, проходящий через рамку в форме параллелограмма, равен скалярному произведению вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и векторного произведения $\vec{n} = \vec{a} \times 2\vec{l}$, т.е. $\Phi = \vec{B} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{l}\right) = \vec{B} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{l}\right)$.

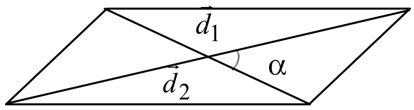
Находим угол α между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$. Получаем α = 90° – 30° = 60°. Следовательно, $B = \dfrac{2\Phi}{|\vec{a}| \cdot |\vec{l}| \cdot \sin\varphi \cdot \cos\alpha} = \dfrac{2\Phi}{|\vec{a}| \cdot |\vec{l}| \cdot \sin\varphi \cdot \cos 60°}$.

Проверяем: $B = \left[\dfrac{\text{Вб}}{\text{м} \times \text{м}} = \dfrac{\text{Тл} \times \text{м}^2}{\text{м} \times \text{м}} = \text{Тл} \right]$.

Вычисляем: $B = \dfrac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}}{0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot \sin 30° \cdot \cos 60°} = \dfrac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}}{0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5}$ = 25 Тл.

Ответ: B = 25Тл.

Задача 4. Проволочная рамка, имеющая форму выпуклого четырехугольника, помещена в магнитное поле с индукцией 0,3 Тл под углом 45°.



Найти магнитный поток, пронизывающий поверхность, ограниченную рамкой, если диагонали четырехугольника равны $\left|\vec{d}_1\right|$ = 15 см и $\left|\vec{d}_2\right|$ = 8 см и угол между ними α = 30°.

Примечание: $S = \left|\vec{d}_1 \times \vec{d}_2\right|$.

Ответ: $\Phi \approx$ 12,7 Вб.

Задача 5. Проволока, изогнутая в форме треугольника, определяемого векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, помещена в однородное магнитное поле с индукцией 400 мТл под углом 45°. Найти магнитный поток, пронизывающий контур проволоки, если $|\vec{a}|$ = 7 см и $|\vec{b}|$ = 5 см и угол между ними равен 30°.

Примечание: $S = 1/2\left(\left|\vec{a} \times \vec{b}\right|\right)$.

Ответ: $\Phi \approx$ 0,25 мВб.

Рассмотрим применение векторного и смешанного произведений в решении количественных задач по физике по теме «ЭДС индукции». Известно, что в цепи появляется электрический ток в том случае, когда на свободные заряды действуют сторонние силы. Работу этих сил при перемещении положительного единичного заряда вдоль замкнутого контура называют электродвижущей силой (ЭДС). Следовательно, при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, в нем появляются сторонние силы, действие которых характеризуется ЭДС, называемой ЭДС индукции, обозначаемой ε_i. При движении проводника его свободные заряды движутся вместе с ним. Поэтому на заряды со стороны магнитного поля действует сила Лоренца. Она вызывает перемещение зарядов внутри проводника. Вычислим ЭДС индукции в прямоугольном контуре, помещенном в однородное магнитное поле.

Пусть сторона контура *MN* длиной *l* скользит с постоянной скоростью $\vec{v}$ вдоль сторон *NC* и *MD,* оставаясь все время параллельной стороне *CD.* Вектор магнитной индукции однородного поля перпендикулярен проводнику *MN* и составляет угол α с направлением его скорости (рис. 3).

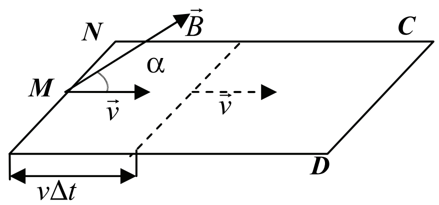


Рис. 3

Сила Лоренца, с которой магнитное поле действует на движущуюся заряженную частицу, равна:

$$\vec{F}_{\text{л}} = I \cdot \Delta\vec{l} \times \vec{B} = \frac{q}{\Delta t} \cdot \left(\Delta\vec{l} \times \vec{B}\right) = q \cdot \frac{\Delta\vec{l}}{\Delta t} \times \vec{B} = q \cdot v \times \vec{B}.$$

Направлена эта сила вдоль проводника *MN.* Работа составляющей силы Лоренца при перемещении заряда вдоль проводника от *M* к *N* равна:

$$A = \vec{F}_{\text{л}} \cdot \vec{l} = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \vec{l}\ .$$

Электродвижущая сила индукции ε_i в проводнике *MN* равна по определению отношению работы *A* по перемещению положительного заряда *q* к этому заряду:

$$\varepsilon_i = \frac{A}{q} = \frac{q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \vec{l}}{q} = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \vec{l}\ ,$$

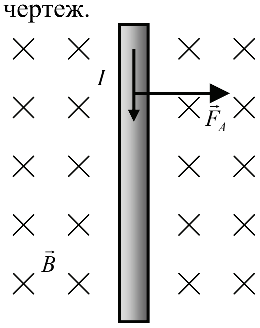
где $\vec{l}$ – вектор перемещения частицы по проводнику.

Эта формула справедлива для проводника любой формы длиной *l,* движущегося со скоростью $\vec{v}$ в однородном магнитном поле. Если другие проводники данного контура неподвижны, то в них ЭДС равна нулю. Анализируя полученные формулы, обращаем внимание старшеклассников на то, что работа составляющей силы Лоренца при перемещении заряда вдоль проводника и ЭДС содержат смешанные произведения векторов $\vec{l}$, $\vec{v}$, $\vec{B}$. Таким образом, учащиеся самостоятельно делают вывод еще об одном важном применении векторного и смешанного произведений векторов при исследовании конкретных реальных ситуаций. С целью закрепления умения применять скалярное, векторное и смешанное произведения к решению прикладных задач, связанных с вычислением электродвижущей индукции в проводнике, мы предлагаем использовать следующую систему задач.

Задача 6. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 0,5 Тл, равномерно движется проводник длиной 10 см. По проводнику течет ток в 2 А, скорость движения проводника равна 20 см/с, угол между направлением силы тока и вектором магнитной индукции равен 30°. Найти работу перемещения проводника за 10 с движения.

Дано:	*СИ*:
Δl = 10 см	0,1 м
B = 0, 5 Тл	
v = 20 см/с	0,2 м/с
v = const	
I = 2А	
α = 30°;	
t = 10 с	
Найти:	
A – ?	

Решение. Сделаем чертеж.



Изобразим магнитное поле, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ которого направлен от нас. Сила Ампера $\vec{F}_A$, действующая на проводник с током (направление тока вниз по проводнику согласно правилу левой руки), направлена вправо.

Сила Ампера $\vec{F}_A$, определяемая по закону Ампера, равна: $\vec{F}_A = I \cdot \vec{B} \times \Delta\vec{l}$, где α – угол между направлениями вектора индукции магнитного поля и тока.

Работу по перемещению заряда определяем по формуле $A = \vec{F} \cdot \vec{S}$, где $\vec{F} = \vec{F}_A$.

Тогда получаем, что $A = \vec{F}_A \cdot \vec{S} = I \cdot \vec{B} \times \Delta\vec{l} \cdot \vec{S}$, $A = I \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\Delta\vec{l}\right| \cdot \sin\alpha \cdot \left|\vec{S}\right|$.

По условию задачи нам неизвестно перемещение. Перемещение при равномерном движении равно $\vec{S} = \vec{v}\,t$, следовательно, $A = I \cdot B \cdot \Delta l \cdot v \cdot t \cdot \sin\alpha$.

Проверяем: A = [А · Тл · м · м/с · с = А · м · $\frac{Н}{А \cdot м}$ · м = Н · м = Дж].

Вычисляем: α = 30° => sin 30° = 1/2, A = 2 · 0,5 · 0,1 · 1/2 · 0,2 · 10 = 0,1 Дж.

Ответ: A = 0,1 Дж.

Задача *7*. Прямолинейный проводник длиной 86 см движется со скоростью 14 м/с в однородном магнитном поле с индукцией 0,025 Тл. Определить угол между векторами индукции поля и скорости, если в проводнике индуцируется ЭДС 0,12 В.

Дано:	*СИ:*
l = 86 см	0,86 м
v = 14 м/с	
B = 0,025 Тл	$2{,}5 \cdot 10^{-2}$ Тл
ε_i = 0,12 В	
Найти:	
α – ?	

Решение. ЭДС индукции в движущемся проводнике можно определить по формуле

$$\varepsilon_i = \frac{A}{q} = \frac{q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot l}{q} = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot l = l \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{v}\right| \cdot \sin\alpha,$$

где α – искомый угол между векторами скорости $\vec{v}$ и индукции поля $\vec{B}$.

Из полученной формулы выражаем значение $\sin\alpha = \frac{\varepsilon}{\left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{v}\right| \cdot l}$, откуда получаем, что $\alpha = \arcsin\frac{\varepsilon}{\left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{v}\right| \cdot l}$.

Проверяем: $\alpha = \left[\frac{В}{Тл \cdot м/с \cdot м} = \frac{Н \times м \times А \times м \times с}{Н \times А \times с \times м \times м} = 1,\ \alpha = \arcsin\frac{0{,}12}{2{,}5 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 0{,}86}\right]$.

Ответ: $\alpha \approx 23{,}5° \approx 23°30'$.

Задача 8. Катушка перемещается в магнитном поле, индукция которого 2 Тл, со скоростью 0,6 м/с. ЭДС индукции равна 24 В. Найти активную длину проволоки в катушке, если активные части ее перемещаются перпендикулярно линиям индукции.

Дано:
$B = 2$ Тл
$v = 0{,}6$ м/с
$\varepsilon = 24$ В
$\alpha = 90°$

Найти:
l – ?

Решение. ЭДС индукции в движущемся проводнике можно определить по формуле

$$\varepsilon = \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot l = l\cdot\left|\vec{B}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|\cdot\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами скорости $\vec{v}$ и индукции поля $\vec{B}$.

Выразим искомую величину из формулы ЭДС индукции:

$$l = \varepsilon / \left(\vec{v}\times\vec{B}\right) = \varepsilon / \left(\left|\vec{B}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|\cdot\sin\alpha\right).$$

Вычисляем: $l = \left[\dfrac{\text{В}}{\text{Тл}\times\text{м/с}} = \dfrac{\text{Н}\times\text{м}\times\text{м}\times\text{А}\times\text{с}}{\text{А}\times\text{с}\times\text{Н}\times\text{м}} = \text{м}\right]$, $l = 24 / (2 \cdot 0{,}6 \cdot 1) = 20$ м.

Ответ: $l = 20$ м.

Задача 9. Прямолинейный проводник длиной 0,5 м движется в магнитном поле со скоростью 6 м/с под углом 30° к вектору магнитной индукции. Определите магнитную индукцию, если в проводнике возникает ЭДС электромагнитной индукции 3 В.

Дано:
$l = 0{,}5$ м
$v = 6$ м/с
$\alpha = 30°$
$\varepsilon = 3$ В

Найти:
B – ?

Решение. ЭДС по определению равна: $\varepsilon = \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot l = l\cdot\left|\vec{B}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|\cdot\sin\alpha$, откуда магнитную индукцию определим следующим образом:

$$B = \frac{\varepsilon}{v\cdot l\cdot\sin\alpha},\; B = \left[\frac{\text{В}}{\text{м/сЧм}} = \text{Тл}\right].$$

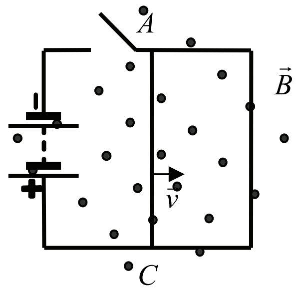
Вычисляем: $B = 3/\left(6\cdot 0{,}5\cdot\sin 30°\right) = 2$ Тл.

Ответ: $B = 2$ Тл.

Задача 10. В проводнике с длиной активной части 8 см сила тока равна 50 А. Он находится в однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл в плоскости, перпендикулярной линиям магнитной индукции. Найдите совершенную работу, если проводник переместился на 10 см строго перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Ответ: $A = 8$ мДж.

Задача 11. Проводник AC длиной $l = 0{,}4$ м и сопротивлением $R = 4$ Ом лежит на двух горизонтальных проводниках, замкнутых на источник тока, ЭДС которого $\varepsilon_i = 2$ В. Проводники находятся в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Определите силу тока в проводнике, если он движется равномерно со скоростью $v = 5$ м/с: а) вправо; б) влево. Сопротивлением шин пренебречь.



Ответ: $I_а = 0{,}4$ А; $I_б = 0{,}6$ А.

Задача 12. Проволочную рамку, насчитывающую 500 витков, помещают в однородное магнитное поле, так что линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости витков. Катушка присоединена к гальванометру. Затем катушку удаляют из поля, при этом по цепи катушки протекает заряд 10^{-2} Кл. Определите индукцию магнитного поля, если поверхность одного витка представляет из себя параллелограмм со сторонами 4 и 5 см, угол между которыми составляет 30°, а полное сопротивление цепи катушки 1 Ом. При решении использовать закон электромагнитной индукции: $\varepsilon_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$.

Ответ: B = 0,02 Тл.

Таким образом, мы показали, как на примере конкретной системы задач реального содержания можно повышать качество математических знаний старшеклассников, формировать умения применять векторные методы к решению прикладных задач, организовывать самостоятельную деятельность, связанную с повторением и закреплением пройденного материала как по математике, так и по физике.

Список литературы

1. **Гордина, С. В.** Методологические основы интеграции среднего математического образования : дис. … канд. пед. наук / С. В. Гордина. – Саранск, 2002. – 178 с.
2. **Дорофеев, С. Н.** Решение геометрических задач векторным методом : учебное пособие для студентов / С. Н. Дорофеев. – М. ; Пенза : МГУ, 2000. – 55 с.
3. **Капкаева, Л. С.** Задачи как средство реализации интегративной функции обучения математике в средней школе / Л. С. Капкаева // Гуманизация математического образования в школе и вузе : межвуз. сборник научных трудов. – Вып. 2. – Саранск : Поволжск. отд. РАО МГПИ им. М. Е. Евсевьева, СВМО, 2002. – С. 57–68.

Дорофеев Сергей Николаевич
доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математики, Пензенская государственная технологическая академия

E-mail: dorofeev@tl.ru

Dorofeev Sergey Nikolaevich
Doctor of pedagogic sciences, professor, head of sub-department of mathematics, Penza State Technological Academy

Емелина Елена Александровна
учитель физики, Лицей современных технологий управления № 2

Emelina Elena Alexandrovna
Teacher of physics, lyceum of modern management technologies № 2

УДК 37.001.5

Дорофеев, С. Н.

Интегративные приемы в обучении старшеклассников математическим методам решения прикладных задач / С. Н. Дорофеев, Е. А. Емелина // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Гуманитарные науки. – 2009. – № 2 (10). – С. 75–84.